转本数学冲刺 33 讲

编者：季明

第一篇：一元函数微分学

第一讲:函数的基本性质

1.2001.3.若 $f(x)=f(-x)$，且在 $(0,+\infty)$ 内：$f'(x)>0, f''(x)>0$，则 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 内必有（　　）

A. $f'(x)<0$, $f''(x)<0$　　B. $f'(x)<0$, $f''(x)>0$

C. $f'(x)>0$, $f''(x)<0$　　D. $f'(x)>0$, $f''(x)>0$

2.2002.7.已知 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是可导函数，则 $(f(x)-f(-x))'$ 一定是（　　）

A. 奇函数　B. 偶函数　C. 非奇非偶函数　D. 不能确定奇偶性的函数

3.2004.1.函数 $f(x)=\begin{cases} x^3, & x\in[-3,0] \\ -x^3, & x\in(0,2] \end{cases}$ 是（　　）

A.有界函数　B.奇函数　C.偶函数　D.周期函数

4.2008.1.设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,\infty)$ 上有定义，下列函数中必为奇函数的是（ ）

A　$y=-|f(x)|$　B　$y=x^3f(x^4)$　C　$y=-f(-x)$　D　$y=f(x)+f(-x)$

第二讲:函数连续和可导的关系

1.2001.22.设函数 $g(x)=\begin{cases} \dfrac{f(x)}{x} & x\neq 0 \\ a & x=0 \end{cases}$，$f(x)$ 具有二阶连续导数，且 $f(0)=0$，（1）求 a，使得 $g(x)$ 在 $x=0$ 连续；（2）求 $g'(0)$。

2.2002.23.设 $f(x)=\begin{cases} (1+x)^{\frac{1}{x}} & ,x\neq 0 \\ k & ,x=0 \end{cases}$，且 $f(x)$ 在 $x=0$ 点连续。求（1）k 的值；（2）$f'(x)$。

3.2003.8.已知函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin ax}{x}, & x>0\\ 2\quad, & x=0\\ \dfrac{1}{bx}\ln(1-3x), & x<0\end{cases}$ 为连续函数，则 a,b 满足（　　）

A. $a=2$, b 为任意实数　B. $a+b=\dfrac{1}{2}$　C. $a=2,b=-\dfrac{3}{2}$　D. $a=b=1$

4.2005.13.设函数 $F(x)=\begin{cases}\dfrac{f(x)+2\sin x}{x}, & x\neq 0\\ a, & x=0\end{cases}$ 在 x＝0 处连续,其中 $f(0)=0,\ f'(0)=6,$ 求 a。

5.2006.2.函数 $f(x)=\begin{cases}x^2\sin\dfrac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处（　）。

A.连续但不可导　B.连续且可导　C.不连续也不可导　D.可导但不连续

6.2006.8.若 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$，且 f(x)在 $x=x_0$ 处有定义，则当 $A=$______ 时，f(x)在 $x=x_0$ 处连续。

7.2008.8.设函数 $f(x)=\begin{cases}a+x & x\geq 0\\ \dfrac{\tan 3x}{x} & x<0\end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续，则 $a=$__________

8.2009.3.设函数 $f(x)=\begin{cases}0 & x\leq 0\\ x^{\alpha}\sin\dfrac{1}{x} & x>0\end{cases}$ 在$x=0$处可导，则常数a的取值范围为（　）

A $0<a<1$　B $0<a\leq 1$　C $a>1$　D $a\geq 1$

9.2009.23.已知函数 $f(x)=\begin{cases}e^{-x} & x<0\\ 1+x & x\geq 0\end{cases}$，证明：函数 $f(x)$在点$x=0$处连续但不可导

10.2010.22. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\varphi(x)}{x}, & x\neq 0,\\ 1, & x=0,\end{cases}$ 其中函数 $\varphi(x)$ 在 $x=0$ 处具有二阶连续导数，且 $\varphi(0)=0,\varphi^{'}(0)=1$，证明：函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续且可导。

11.2012. 7.要使函数 $f(x)=(1-2x)^{\frac{1}{x}}$ 在点 $x=0$ 处连续，则需补充定义 $f(0)=$_________.

12.2012.24. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\int_0^x g(t)dt}{x^2} & x\neq 0\\ g(0) & x=0\end{cases}$，其中函数 $g(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{g(x)}{1-\cos x}=3$ 证明：函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，且 $f'(0)=\dfrac{1}{2}$.

第三讲：极限的求解

1、导数的定义

1.2002.2.已知 $f(x)$ 是可导函数，则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h)-f(-h)}{h}=$（　　）

A. $f'(x)$ B. $f'(0)$ C. $2f'(0)$ D. $2f'(x)$

2.2003.1.已知 $f'(x_0)=2$，则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f\left(x_0-h\right)}{h}=$（　　）

A. 2　B. 4　C. 0　D. －2

3.2004.9.设 $f(x)=x(x+1)(x+2)\cdots(x+n)$，则 $f'(0)=$_____

4.2008.2.设函数 $f(x)$ 可导，则下列式子中正确的是（　）

A $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(0)-f(x)}{x}=-f'(0)$　　B $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x_0+2x)-f(x_0)}{x}=f'(x_0)$

C $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0-\Delta x)}{\Delta x}=f'(x_0)$　D $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0-\Delta x)-f(x_0+\Delta x)}{\Delta x}=2f'(x_0)$

5.2010.8. 若 $f'(0)=1$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(-x)}{x}=$________________

6.2011.2. 设函数 $f(x)$ 在点 x_0 处可导，且 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0-h)-f(x_0+h)}{h}=4$，则 $f'(x_0)=$(　　)

A. -4　B. -2　C. 2　D. 4

2、变限函数求极限

1.2001.12.计算 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\int_0^x e^{t^2}dt}{x^2\sin x}$

2.2002.16.求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\tan x}{\int_0^x t(t+\sin t)dt}$。

3.2004.14.求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x(\tan t-\sin t)dt}{(e^{x^2}-1)\ln(1+3x^2)}$

4.2011.8 设函数 $\Phi(x)=\int_0^{x^2}\ln(1+t)dt$，则 $\Phi''(1)=$____________。

3、两个重要极限的应用

1.2001.1.下列极限正确的是（　　　）

A. $\lim\limits_{x\to 0}(1+\frac{1}{x})^x=e$　B. $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^{\frac{1}{x}}=e$　C. $\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\frac{1}{x}=1$　D. $\lim\limits_{x\to 0}x\sin\frac{1}{x}=1$

2.2002.1.下列极限中，正确的是（　　　）

A. $\lim\limits_{x\to 0}(1+\tan x)^{\cot x}=e$　　B. $\lim\limits_{x\to 0}x\sin\frac{1}{x}=1$

C. $\lim\limits_{x\to 0}(1+\cos x)^{\sec x}=e$　　D. $\lim\limits_{n\to\infty}(1+n)^{\frac{1}{n}}=e$

3.2003.3.在下列极限中，正确的是（　　　）

A. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sin 2x}{x}=2$　B. $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\arctan x}{x}=1$　C. $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}=\infty$　D. $\lim\limits_{x\to 0+}x^x=1$

4.2003.13. $\lim\limits_{x\to 0}(1+x^2)^{\frac{1}{1-\cos x}}$

5.2004.7.设 $f(x)=\left(\frac{2+x}{3+x}\right)^x$，则 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=$_____

6.2005.4. $\lim\limits_{x\to 0}(1-kx)^{\frac{1}{x}}=(\quad)$

A. e^k　B. e^{-k}　C. 1　D. ∞

7.2008.13.求极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-2}{x}\right)^{3x}$

8.2009.7.已知 $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{x}{x-C})^x=2$，则常数 $C=$_______

9.2010.7. $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{x+1}{x-1})^x=$____

10.2011.7 已知 $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{x-2}{x})^{kx}=e^2$，则 $k=$_________。

4、无穷小的替换和罗比达法则

1.2005.7. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}-2x}{x-\sin x}=$__

2.2006.1.若 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(\frac{x}{2})}{x}=\frac{1}{2}$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{f(\frac{x}{3})}=$（　）。

A. $\frac{1}{2}$　B.2　C.3　D. $\frac{1}{3}$

3.2006.13.计算$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1}$。

4.2007.1.若$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(2x)}{x}=2$，则$\lim\limits_{x\to\infty}xf(\dfrac{1}{2x})=$（ ）

A $\dfrac{1}{4}$ B $\dfrac{1}{2}$ C 2 D 4

5.2007.13.求极限$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-x-1}{x\tan x}$

6.2009.1.已知$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+ax+b}{x-2}=3,$则常数$a,b$的取值为（ ）

A $a=-1,b=-2$ B $a=-2,b=0$ C $a=-1,b=0$ D $a=-2,b=-1$

7.2009.13.求极限$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3}{x-\sin x}$

8.2010.13.求极限$\lim\limits_{x\to 0}(\dfrac{1}{x\tan x}-\dfrac{1}{x^2})$

9.2011. 13.求极限$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(e^x-e^{-x})^2}{\ln(1+x^2)}$。

10.2012. 1.极限$\lim\limits_{x\to\infty}(2x\sin\dfrac{1}{x}+\dfrac{\sin 3x}{x})=$ ( )

A. 0 B. 2 C. 3 D. 5

11.2012. 13.求极限$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2+2\cos x-2}{x^3\ln(1+x)}$.

第四讲：无穷小的比较问题

1.2004.2. 当$x\to 0$时，$x^2-\sin x$是关于 x 的 （ ）

A.高阶无穷小 B.同阶但不是等价无穷小 C.低阶无穷小 D.等价无穷小

2.2006.7.已知$x\to 0$时，a(1-cosx)与 xsinx 是等价无穷小，则$a=$_____ 。

3.2007.2.已知当$x\to 0$时，$x^2\ln(1+x^2)$是$\sin^n x$的高阶无穷小，而$\sin^n x$又是$1-\cos x$的高阶无穷小，则正整数n等于（ ）

A 1 B 2 C 3 D 4

4.2010.1.设当$x\to 0$时，函数 $f(x)=x-\sin x$与$g(x)=ax^n$是等价无穷小，则常数a,n的值为( )

A. $a=\frac{1}{6},n=3$　B. $a=\frac{1}{3},n=3$　C. $a=\frac{1}{12},n=4$　D. $a=\frac{1}{6},n=4$

5.2011.1.当 $x\to 0$ 时，函数 $f(x)=e^{x}-x-1$ 是函数 $g(x)=x^{2}$ 的(　　　)

A.高阶无穷小　　　B.低阶无穷小　　　C.同阶无穷小　　　D.等价无穷小

第五讲：间断点类型的判断

1.2001.13.求函数 $f(x)=\frac{(x-1)\sin x}{|x|(x^{2}-1)}$ 的间断点，并指出其类型。

2.2002.10.若 $f(x)=\frac{1-2e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{1}{x}}}$，则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的（　　　）

A. 可去间断点　　　B. 跳跃间断点　　　C. 无穷间断点　　　D. 连续点

3.2003.19.已知 $f(x)=\frac{\sin(x-1)}{|x-1|}$，求其间断点并判断类型。

4.2004.13.求函数 $f(x)=\frac{x}{\sin x}$ 的间断点并判断类型。

5.2005.1.x=0 是函数 $f(x)=x\sin\frac{1}{x}$ 的　（　　）

A.可去间断点　　　　B.跳跃间断点　　　C.第二类间断点　　　D.连续点

6.2008.7.设函数 $f(x)=\frac{x^{2}-1}{|x|(x-1)}$，则其第一类间断点为____________

7.2009.2.已知函数$f(x)=\frac{x^{2}-3x+2}{x^{2}-4}$, 则$x=2$为$f(x)$的（　）

A 跳跃间断点　　　B　可去间断点 C　无穷间　　断点　　　D 振荡间断点

8.2011. 23.设 $f(x)=\begin{cases}\frac{e^{ax}-x^{2}-ax-1}{x\arctan x} & x<0\\ 1 & x=0\\ \frac{e^{ax}-1}{\sin 2x} & x>0\end{cases}$，问常数为何值时，

（1） $x=0$ 是函数 $f(x)$ 的连续点？

（2） $x=0$ 是函数 $f(x)$ 的可去间断点？

（3） $x=0$ 是函数 $f(x)$ 的跳跃间断点？

9.2012. 2.设 $f(x)=\dfrac{(x-2)\sin x}{|x|(x^2-4)}$,则函数 $f(x)$ 的第一类间断点的个数为(　　　)

A. 0　　　　B. 1　　　　C. 2　　　　D. 3

第六讲：微分的计算

1、显函数求导（微分）

1.2001.11.已知 $y=\arctan\sqrt{x}+\ln(1+2^x)+\cos\dfrac{\pi}{5}$，求 dy 。

2.2002.4.若 $y=\arctan e^x$，则 $dy=$（　　　）

A. $\dfrac{1}{1+e^{2x}}dx$　　B. $\dfrac{e^x}{1+e^{2x}}dx$　　C. $\dfrac{1}{\sqrt{1+e^{2x}}}dx$　　D. $\dfrac{e^x}{\sqrt{1+e^{2x}}}dx$

3.2003.4. $y=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$，则下列说法正确的是（　　　）

A. $dy=\dfrac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}dx$　B. $y'=\sqrt{1+x^2}dx$　C. $dy=\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}dx$　　D. $y'=\dfrac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}$

4.2011.10.设函数 $y=\arctan\sqrt{x}$，则 $dy\big|_{x=1}=$______________。

5.2012. 8.设函数 $y=x(x^2+2x+1)^2+e^{2x}$，则 $y^{(7)}(0)=$____________.

6.2012. 9.设 $y=x^x(x>0)$，则函数 y 的微分 $dy=$___________.

2、隐函数求导问题

1.2001.14.已知 $y^2=x+\dfrac{\ln y}{x}$，求 $\dfrac{dy}{dx}\Big|_{\substack{x=1\\y=1}}$ 。

2.2002.11.设函数 $y=y(x)$ 由方程 $e^x-e^y=\sin(xy)$ 确定，则 $y'\big|_{x=0}=$___________。

3.2003.9. $y=y(x)$ 由 $\ln(x+y)=e^{xy}$ 确定，则 $y'\big|_{x=0}=$________________________。

4.2004.15.设函数 y＝y(x)由方程 $y-xe^y=1$ 所确定，求 $\dfrac{d^2y}{dx^2}\big|_{x=0}$ 的值。

5.2007.14.设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $e^x-e^y=xy$ 所确定，求 $\dfrac{dy}{dx}\Big|_{x=0},\dfrac{d^2y}{dx^2}\Big|_{x=0}$

6.2010.14.设函数 $y=y(x)$ 由方程 $y+e^{x+y}=2x$ 所确定，求 $\dfrac{dy}{dx},\dfrac{d^2y}{dx^2}$

3、参数方程求导

1.2001.6.设参数方程为$\begin{cases} x = te^t \\ y = 2t + t^2 \end{cases}$；则$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{t=0} =$__________________________。

2.2002.17.已知$\begin{cases} x = a(\cos t + t\sin t) \\ y = a(\sin t - t\cos t) \end{cases}$，求$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{t=\frac{\pi}{4}}$。

3.2003.18.已知$\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \arctan t \end{cases}$，求$\frac{dy}{dx},\frac{d^2y}{dx^2}$。

4.2005.14.设函数$y = y(x)$是由参数方程$\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t - t\cos t \end{cases}$所确定，求$\frac{dy}{dx},\frac{d^2y}{dx^2}$。

5.2006.14.设函数$y = y(x)$是由参数方程$\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \arctan t \end{cases}$所确定，求$\frac{dy}{dx},\frac{d^2y}{dx^2}$。

6.2008.14.设函数$y = y(x)$由参数方$\{^{x=t-\sin t}_{y=1-\cos t}(t \ne 2n\pi, n \in z)$程所确定，求$\frac{dy}{dx}$，$\frac{d^2y}{dx^2}$

7.2009.14.设函数$y = y(x)$由参数方程$\begin{cases} x = \ln(1+t) \\ y = t^2 + 2t - 3 \end{cases}$所确定，求$\frac{dy}{dx}$，$\frac{d^2y}{dx^2}$

8. 2011.14.设函数$y = y(x)$由参数方程$\begin{cases} x = t^2 + t \\ e^y + y = t^2 \end{cases}$所确定，求$\frac{dy}{dx}$。

9.2012. 14.设函数$y = y(x)$由参数方程$\begin{cases} x = t - \frac{1}{t} \\ y = t^2 + 2\ln t \end{cases}$所确定，求$\frac{dy}{dx},\frac{d^2y}{dx^2}$.

第七讲：微分学的几何应用

1.2001.19.已知曲线$y = f(x)$经过原点，并且在原点的切线平行于直线$2x + y - 3 = 0$，若$f'(x) = 3ax^2 + b$，且$f(x)$在$x = 1$处取得极值，试确定a, b的值，并求出函数$y = f(x)$的表达式。

2.2002.12.函数$f(x) = \frac{x}{e^x}$的单调增加区间为_____________________________。

3.2003.10.函数$y = x^3 - 3x^2 + x + 9$的凹区间为__________________________。

4.2004.3.直线 L 与 x 轴平行且与曲线$y = x - e^x$相切，则切点的坐标是（　　）

A.（1，1）　B.（－1，1）　C.（0，－1）　D.（0，1）

5.2005.2.设 x＝2 是函数 $y=x-\ln(\frac{1}{2}+ax)$ 的可导极值点，则 a＝（　　）

A.－1　B.$\frac{1}{2}$　　C.$-\frac{1}{2}$　　D.1

6.2005.22.设函数的图形上有一拐点 P（2，4），在拐点 P 处曲线的切线斜率为－3，又知该函数的二阶导数 $y''=6x+a$，求此函数。

7.2007.22.设函数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx-9$ 具有如下性质：

（1）在点 $x=-1$ 的左侧临近单调减少；
（2）在点 $x=-1$ 的右侧临近单调增加；
（3）其图形在点 $(1,2)$ 的两侧凹凸性发生改变。试确定常数 a,b,c 的值

8.2008.9.已知曲线 $y=2x^3-3x^2+4x+5$，则其拐点为__________

9.2008.21.求曲线 $y=\frac{1}{x}(x>0)$ 的切线，使其在两坐标轴上的截距之和最小，并求此最小值。

10.2009.4.曲线$y=\frac{2x+1}{(x-1)^2}$的渐近线的条数为（　　）

A　1　　B　2　　C　3　　D　4

11.2009.21.已知函数$f(x)=x^3-3x+1$,试求：

(1)函数$f(x)$的单调区间和极值；
(2)曲线$y=f(x)$的凹凸区间与拐点；
(3)函数$f(x)$在闭区间$[-2,3]$上的最大值与最小值

12.2010.2.曲线 $y=\frac{x^2-3x+4}{x^2-5x+6}$ 的渐近线共有(　　)

A. 1 条　　B. 2 条　　C. 3 条　　D. 4 条

13.2010.6.设 $f(x)=x^3-3x$，则在区间 $(0,1)$ 内(　　)

A. 函数 $f(x)$ 单调增加且其图形是凹的　B. 函数 $f(x)$ 单调增加且其图形是凸的

C. 函数 $f(x)$ 单调减少且其图形是凹的　D. 函数 $f(x)$ 单调减少且其图形是凸的

14.2011. 3.若点 $(1,-2)$ 是曲线 $y=ax^3-bx^2$ 的拐点，则(　　)

A. $a=1,b=3$　　B. $a=-3,b=-1$　　C. $a=-1,b=-3$　　D. $a=4,b=6$

15. 2012.3.设 $f(x)=2x^{\frac{1}{2}}-5x^{\frac{3}{2}}$，则函数 $f(x)$ (　　)

A.只有一个最大值　　B. 只有一个极小值

C.既有极大值又有极小值　　　　　　D. 没有极值

16.2012. 22.已知定义在$(-\infty,+\infty)$上的可导函数$f(x)$满足方程$xf(x)-4\int_1^x f(t)dt=x^3-3$，试求：

（1）函数$f(x)$的表达式；

（2）函数$f(x)$的单调区间与极值；

（3）曲线$y=f(x)$的凹凸区间与拐点.

第八讲：闭区域连续函数的性质及中值定理相关问题

1.2003.22.证明：$xe^x=2$在$(0,1)$内有且仅有一个实根。（7 分）

2.2005.8.对函数$f(x)=\ln x$在闭区间[1,e]上应用 Lagrange 中值定理，求得的ξ＝____。

3.2005.21.证明方程$x^3-3x+1=0$在[-1,1]上有且仅有一个实根。

4.2006.3.下列函数在$[-1,1]$上满足罗尔定理条件的是（　　）。

A. $y=e^x$　　　　B. $y=1+|x|$　　C. $y=1-x^2$　　　D. $y=1-\dfrac{1}{x}$

5.2007.3.设函数$f(x)=x(x-1)(x-2)(x-3)$，则方程$f'(x)=0$的实根个数为（　）

A　1　　B　2　　C 3　　D　4

6.2008.23.设函数$f(x)$在闭区间[0，2a]（$a>0$）上连续，且$f(0)=f(2a)\neq f(a)$，证明：在开区间$(0,a)$上至少存在一点ξ，使得$f(\xi)=f(\xi+a)$

7.2011. 21.证明：方程$x\ln(1+x^2)=2$有且仅有一个小于 2 的正实根。

第九讲：不等式的证明

1.2001.23.设函数$f(x)$在$(0,c)$上具有严格单调递减的导数$f'(x)$，$f(x)$在$x=0$处右连续且$f(0)=0$，试证：对于满足不等式$0<a<b<a+b<c$的a,b，恒有下式成立：$f(a)+f(b)>f(a+b)$。

2.2002.25.证明：当$-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}$时，$\cos x\leq 1-\dfrac{1}{\pi}x^2$成立。（本题满分 8 分）

3.2006.21.证明：当$|x|\leq 2$时，$|3x-x^3|\leq 2$。

4.2007.24.求证：当 $x>0$ 时，$(x^2-1)\ln x \ge (x-1)^2$

5.2008.24.对任意实数 x，证明不等式：$(1-x)e^x \le 1$

6.2009.24.证明：当$1<x<2$时，$4x\ln x > x^2+2x-3$

7.2010.21.证明：当 $x>1$ 时，$e^{x-1} > \frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}$

8.2011. 22.证明：当 $x>0$ 时，$x^{2011}+2010 \ge 2011x$。

9.2012. 23.证明：当 $0<x<1$ 时，$\arcsin x > x+\frac{1}{6}x^3$.

第十讲：最值应用题

1.2001.24.一租赁公司有 40 套设备要出租。当租金每月每套 200 元时，该设备可以全部租出；当租金每月每套增加 10 元时，租出的设备就会减少 1 套；而对于租出的设备，每月需要花 20 元的维持费。问租金定位多少时，该公司可获最大利润？

2.2002.26.已知某厂生产 x 件产品的成本为 $C(x)=25000+200x+\frac{1}{40}x^2$（元），产品产量 x 与价格 P 之间的关系为：$P(x)=440-\frac{1}{20}x$（元），求：（1）要使平均成本最小，应生产多少件产品？（2）要企业生产多少件产品时，企业可获最大利润，并求最大利润。（本题满分 8 分）

3.2003.23.设计一个容积为 V 立方米的有盖圆柱形贮油桶。已知单位面积造价：侧面是底面一半，盖又是侧面的一半，问贮油桶的尺寸如何设计，造价最低？（8 分）

2004.23.甲乙二城位于一直线形河流的同一侧，甲城位于岸边，乙城离河岸 40 公里，乙城在河岸的垂足与甲城相距 50 公里，两城计划在河岸上合资共建一个污水处理厂，已知从污水处理厂到甲乙二城铺设排污管的费用分别为每公里 500 元和 700 元。问污水处理厂建在何处，才能使铺设排污管的费用最省？

第二篇：一元函数积分学

第十一讲：积分的基本概念及简单计算

1.2001.2.不定积分 $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx=$（　　）

A. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$　B. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}+C$　C. $\arcsin x$　D. $\arcsin x+C$

2.2001.4.定积分 $\int_0^2 |x-1|dx=$（　　）

A. 0　B. 2　C. －1　D. 1

3.2002.3.设 $f(x)$ 有连续的导函数，且 $a\neq 0,1$，则下列命题正确的是（　　）

A. $\int f'(ax)dx=\frac{1}{a}f(ax)+C$　　B. $\int f'(ax)dx=f(ax)+C$

C. $(\int f'(ax)dx)'=af(ax)$　　D. $\int f'(ax)dx=f(x)+C$

4.2002.8. $I=\int_0^1\frac{x^4}{\sqrt{1+x}}dx$，则 I 的范围是（　　）

A. $0\le I\le\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $I\ge 1$　　C. $I\le 0$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}\le I\le 1$

5.2003.2.若 $F'(x)=f(x)$，$f(x)$ 连续，则下列说法正确的是（　　）

A. $\int F(x)dx=f(x)+c$　　B. $\frac{d}{dx}\int F(x)dx=f(x)dx$

C. $\int f(x)dx=F(x)+c$　　D. $\frac{d}{dx}\int F(x)dx=f(x)$

6.2004.4.设圆周 $x^2+y^2=8R^2$ 所围成的面积为 S,则 $\int_0^{2\sqrt{2}R}\sqrt{8R^2-x^2}dx$ 的值为（）

A.　S　　B.　$\frac{1}{4}S$　　C.　$\frac{1}{2}S$　　D. 2S

7.2005.3.若 $\int f(x)dx=F(x)+C$, 则 $\int\sin xf(\cos x)dx=($　$)$

A.　$F(\sin x)+C$　　B.　$-F(\sin x)+C$　　C.　$F(\cos x)+C$　　D.　$-F(\cos x)+C$

8.2006.4.已知 $\int f(x)dx=e^{2x}+C$，则 $\int f'(-x)dx=$（　　）。

A. $2e^{-2x}+C$　　B. $\frac{1}{2}e^{-2x}+C$　　C.　$-2e^{-2x}+C$　　D.　$-\frac{1}{2}e^{-2x}+C$

9.2007.4.设函数 $f(x)$ 的一个原函数为 $\sin 2x$，则 $\int f'(2x)dx=$（　　）

A　$\cos 4x+C$　　B　$\frac{1}{2}\cos 4x+C$　　C　$2\cos 4x+C$　　D　$\sin 4x+C$

10.2007.5. $f(x)=\int_1^{x^2}\sin t^2dt,\ f'(x)=$（　）

A　$\sin^4 x$　　B　$2x\sin x^2$　　C　$2x\cos x^2$　　D　$2x\sin x^4$

11.2008.3.设函数 $f(x)=\int_{2x}^1 t^2\sin tdt$ 则 $f'(x)=$（　）

A　$4x^2\sin 2x$　　B　$8x^2\sin 2x$　　C　$-4x^2\sin 2x$　　D　$-8x^2\sin 2x$

12.2009.5 设 $F(x)=\ln(3x+1)$ 是函数 $f(x)$ 的一个原函数则 $\int f'(2x+1)dx=$（　）

A $\frac{1}{6x+4}+C$ B $\frac{3}{6x+4}+C$ C $\frac{1}{12x+8}+C$ D $\frac{3}{12x+8}+C$

第十二讲：对称区间定积分计算

1.2001.10.设 $f(x)$ 为连续函数，则 $\int_{-2}^{2}[f(x)+f(-x)+x]x^3dx=$______________

2.2002.13. $\int_{-1}^{1}\frac{x\tan^2 x}{1+x^2}dx=$______________。

3.2003.11. $\int_{-1}^{1}x^2(\sqrt[3]{x}+\sin x)dx=$_______________。

4.2003.16. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{|\sin\theta|}{1+\cos^2\theta}d\theta$

5.2005.9. $\int_{-1}^{1}\frac{\pi x+1}{1+x^2}dx=$_______.

6.2007.9.定积分 $\int_{-2}^{2}\sqrt{4-x^2}(1+x\cos^3 x)dx$ 的值为___________

7.2008.11.定积分 $\int_{-1}^{1}\frac{2+\sin x}{1+x^2}dx$ 的值为_________

8.2010.9. 定积分 $\int_{-1}^{1}\frac{x^3+1}{x^2+1}dx$ 的值为___________________________

9.2011. 11.定积分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(x^3+1)\sin^2 xdx$ 的值为____________。

第十三讲：积分计算问题

1.2001.15.计算 $\int\frac{e^{2x}}{1+e^x}dx$ 。

2.2002.19.设 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{1+x}, & x\geq 0\\ \frac{1}{1+e^x}, & x<0\end{cases}$ ，求 $\int_0^2 f(x-1)dx$ 。

3.2002.22.求积分 $\int\frac{x\arcsin x^2}{\sqrt{1-x^4}}dx$

4.2003.15. $\int x\ln xdx$

5.2004.10.求不定积分$\int \frac{\arcsin^3 x}{\sqrt{1-x^2}}dx=$______

6.2004.16.设 $f(x)$ 的一个原函数为$\frac{e^x}{x}$，计算$\int xf'(2x)dx$

7.2005.15.计算$\int \tan^3 x\sec xdx$

8.2005.16.计算$\int_0^1 \arctan xdx$

9.2006.9.设 f(x)在$[0,1]$上有连续的导数且 f(1)=2，$\int_0^1 f(x)dx=3$，则$\int_0^1 xf'(x)dx=$______。

10.2006.15.计算$\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}dx$

11.2006.16.计算$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2\cos xdx$

12.2007.15.求不定积分$\int x^2e^{-x}dx$

13.2007.16.计算定积分$\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^1 \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2}dx$

14.2008.10.设函数 $f(x)$ 的导数为$\cos x$，且 $f(0)=\frac{1}{2}$，则不定积分$\int f(x)dx$ ________

15.2008.15.求不定积分$\int \frac{x^3}{x+1}dx$

16.2008.16.求定积分$\int_0^1 e^{\sqrt{x}}dx$

17.2009.8.设函数$\varphi(x)=\int_0^{2x} te^t dt,$则$\varphi'(x)=$ _______

18.2009.15.求不定积分$\int \sin\sqrt{2x+1}dx$

19.2009.16.求定积分$\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{2-x^2}}dx$

20.2010.3.设函数$\Phi(x)=\int_{x^2}^2 e^t\cos tdt$，则函数$\Phi(x)$的导数$\Phi'(x)$等于(　　)

A. $2xe^{x^2}\cos x^2$　B. $-2xe^{x^2}\cos x^2$　C. $-2xe^x\cos x$　D. $-e^{x^2}\cos x^2$

21.2010.15.求不定积分$\int x\arctan xdx$

22.2010.16.计算定积分$\int_0^4 \frac{x+3}{\sqrt{2x+1}}dx$

23.2011. 15.设 $f(x)$ 的一个原函数为 $x^2\sin x$，求不定积分 $\int\frac{f(x)}{x}dx$ 。

24.2011. 16.计算定积分 $\int_0^3\frac{x}{1+\sqrt{x+1}}dx$ 。

25.2012. 15.求不定积分 $\int\frac{2x+1}{\cos^2 x}dx$.

26.2012.16 计算定积分 $\int_1^2\frac{1}{x\sqrt{2x-1}}dx$.

第十四讲：无穷积分

1.2001.16.$\int_{-\infty}^0\frac{k}{1+x^2}dx=\frac{1}{2}$,求常数 k 。

2.2002.9.若广义积分 $\int_1^{+\infty}\frac{1}{x^p}dx$ 收敛，则 p 应满足（　　）

A. $0<p<1$　B. $p>1$　C. $p<-1$　D. $p<0$

3.2004.17.计算广义积分 $\int_2^{+\infty}\frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$

4.2012. 11.设反常积分 $\int_a^{+\infty}e^{-x}dx=\frac{1}{2}$，则常数 $a=$__________.

第十五讲：定积分应用

1.2001.21.过 $P(1,0)$ 作抛物线 $y=\sqrt{x-2}$ 的切线，求（1）切线方程；（2）由抛物线.切线.以及 x 轴所围平面图形的面积；（3）该平面分别绕 x 轴. y 轴旋转一周的体积。

2.2002.24.从原点作抛物线 $f(x)=x^2-2x+4$ 的两条切线，由这两条切线与抛物线所围成的图形记为 S。求（1）S 的面积；（2）图形 S 绕 x 轴旋转一周所得的立体体积。

3.2003.21.抛物线 $y=4x-x^2$

（1）抛物线上哪一点处切线平行于 x 轴？写出切线方程。
（2）求抛物线与水平切线及 y 轴所围平面图形的面积。
（3）求该平面图形绕 x 轴旋转所成的旋转体的体积。（9 分）

4.2004.21.证明：$\int_0^\pi xf(\sin x)dx=\frac{\pi}{2}\int_0^\pi f(\sin x)dx$ ，并利用此等式求 $\int_0^\pi x\frac{\sin x}{1+\cos^2 x}dx$

5.2004.22.设函数 $f(x)$ 可导，且满足方程 $\int_0^x tf(t)dt=x^2+1+f(x)$ ，求 $f(x)$ 。

6.2005.23.已知曲边三角形由抛物线 $y^2=2x$ 及直线 $x=0,y=1$ 所围成，求

（1）曲边三角形的面积；

（2）该曲边三角形绕 x 轴旋转一周，所形成的旋转体体积。

7.2006.23.已知一平面图形由抛物线 $y=x^2, y=-x^2+8$ 围成。

（1）求此平面图形的面积；
（2）求此平面图形绕 y 轴旋转一周所得的旋转体的体积。

8.2007.21.设平面图形由曲线 $y=1-x^2(x\ge 0)$ 及两坐标轴围成

（1）求该平面图形绕 x 轴旋转所形成的旋转体的体积；
（2）求常数 a，使直线 $y=a$ 将该平面图形分成面积相等的两部分。

9.2008.22.设平面图形由曲线 $y=x^2, y=2x^2$ 与直线 $x=1$ 所围成。

（1）求该平面图形绕 x 轴旋转一周所得的旋转体的体积。
（2）求常数 a，使直线 $x=a$ 将该平面图形分成面积相等的两部分。

10.2009.22.设 D_1是由抛物线$y=2x^2$和直线 $x=a,\ y=0$所围成的平面区域，D_2 是由抛物线 $y=2x^2$ 和直线 $x=a, x=2$及$y=0$ 所围成的平面区域，其中$0<a<2,$试求：

（1） D_1 绕 y 轴旋转所成的旋转体的体积 V_1，以及 D_2 绕 x 轴旋转所成的旋转体的体积 V_2

（2）求常数 a，使得 D_1 的面积与 D_2 的面积相等

11.2010.23.设由抛物线 $y=x^2(x\ge 0)$，直线 $y=a^2(0<a<1)$ 与 y 轴所围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所形成的旋转体的体积记为 $V_1(a)$，由抛物线 $y=x^2(x\ge 0)$，直线 $y=a^2(0<a<1)$ 与直线 $x=1$ 所围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所形成的旋转体的体积记为 $V_2(a)$，另 $V(a)=V_1(a)+V_2(a)$，试求常数 a 的值，使 $V(a)$ 取得最小值。

12.2011. 24.设函数 $f(x)$ 满足微分方程 $xf'(x)-2f(x)=-(a+1)x$（其中 a 为正常数），且 $f(1)=1$，由曲线 $y=f(x)(x\le 1)$ 与直线 $x=1,\ \ y=0$ 所围成的平面图形记为 D。已知 D 的面积为 $\frac{2}{3}$。

（1）求函数 $f(x)$ 的表达式；

（2）求平面图形 D 绕 x 轴旋转一周所形成的旋转体的体积 V_x；

（3）求平面图形 D 绕 y 轴旋转一周所形成的旋转体的体积 V_y。

13.2012. 21.在抛物线 $y=x^2(x>0)$ 上求一点 P，使该抛物线与其在点 P 处的切线及 x 轴所

围成的平面图形的面积为$\frac{2}{3}$，并求该平面图形绕x轴旋转一周所形成的旋转体的体积.

第三篇：多元函数微积分学

第十六讲：具体函数的偏导数求解

1.2002.18.已知$z=\ln(x+\sqrt{x^2+y^2})$，求$\frac{\partial z}{\partial x}$，$\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$。

2.2004.5.设$u=\arctan\frac{x}{y},v=\ln\sqrt{x^2+y^2}$，则下列等式成立的是（）

A. $\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial y}$　　B. $\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial x}$　　C. $\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{\partial v}{\partial x}$　　D. $\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{\partial v}{\partial y}$

3.2006.11.设$u=e^{xy}\sin x,\frac{\partial u}{\partial x}=$______________.

4.2009.10.设函数$z=z(x,y)$由方程$xz^2+yz=1$所确定，则$\frac{\partial z}{\partial x}=$_______

5.2011.4 设$z=f(x,y)$为由方程$z^3-3yz+3x=8$所确定的函数，则$\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{\substack{x=0\\y=0}}=$(　　　)

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. -2　　D. 2

第十七讲：全微分问题

1.2001.9.函数$z=x^y$的全微分$dz=\frac{\partial z}{\partial x}dx+\frac{\partial z}{\partial y}dy=$____________________

2.2003.14. $z=\tan\frac{x}{y}$的全微分

3.2007.11.设$z=\frac{x}{y}$，则全微分$dz=$___________________

4.2008.5.函数$z=\ln\frac{y}{x}$在点（2，2）处的全微分dz为（　）

A $-\frac{1}{2}dx+\frac{1}{2}dy$　B $\frac{1}{2}dx+\frac{1}{2}dy$　C $\frac{1}{2}dx-\frac{1}{2}dy$　D $-\frac{1}{2}dx-\frac{1}{2}dy$

5.2010.11. 设函数$z=\ln\sqrt{x^2+4y}$，则$\left.dz\right|_{\substack{x=1\\y=0}}=$______________________

6.2012. 4.设$z=\ln(2x)+\frac{3}{y}$在点$(1,1)$处的全微分为（　　　）

A. $dx-3dy$　　B. $dx+3dy$　　C. $\frac{1}{2}dx+3dy$　　D. $\frac{1}{2}dx-3dy$

第十八讲：复杂抽象函数的高阶偏导数求法

1.2001.20.设 $z=f(x^2,\frac{x}{y})$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

2.2004.18.设 $z=f(x-y,xy)$, 且 $f(x,y)$ 具有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

3.2005.17.已知函数 $z=f(\sin x,y^2)$, 其中 $f(u,v)$具有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

4.2006.20.设 $z=xf(x^2,xy)$ 其中 $f(u,v)$的二阶偏导数存在，求 $\frac{\partial z}{\partial y},\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$。

5.2007.17.设 $z=f(2x+3y,xy)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

6.2008.18.设函数 $z=f(x+y,\frac{y}{x})$，其中 $f(x,y)$ 具有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

7.2009.19.设函数 $z=f(\sin x,xy)$，其中 f 具有二阶连续偏导数求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

8.2010.18.设 $z=y^2 f(xy,e^x)$，其中函数 f 具有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

9.2011. 18.设 $z=xf(\frac{y}{x},\ y)$，其中函数 f 具有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

10.2012. 18.设函数 $z=f(x,xy)+\varphi(x^2+y^2)$，其中函数 f 具有二阶连续偏导数，函数 φ 具有二阶连续导数，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

第十九讲：二重积分的基本概念及对称性应用

1.2005.5.设区域 D 是 xoy 平面上以点 A(1,1)，B(-1,1)，C(-1,-1)为顶点的三角形区域，区域 D_1 是 D 在第一象限的部分，则 $\iint\limits_D (xy+\cos x\sin y)dxdy=$（　　）

A. $2\iint\limits_{D_1}\cos x\sin y dxdy$　　B. $2\iint\limits_{D_1} xydxdy$　　C $4\iint\limits_{D_1}(xy+\cos x\sin y)dxdy$　　D.　0

2.2006.6.设对一切 x 有 $f(-x,y)=-f(x,y), D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1, y\ge 0\}$

$D_1=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1, x\ge 0, y\ge 0\}$。则 $\iint\limits_D f(x,y)dxdy=$（）。

A．0　　B. $\iint\limits_{D_1} f(x,y)dxdy$　　C．$2\iint\limits_{D_1} f(x,y)dxdy$　　D. $4\iint\limits_{D_1} f(x,y)dxdy$

3.2006.12. $\iint\limits_D dxdy =$________其中 D 为以点 $O(0,0), A(1,0), B(0,2)$ 为顶点的三角形区域。

4. 2011.5 如果二重积分 $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ 可化为二次积分 $\int_0^1 dy\int_{y+1}^2 f(x,y)dx$，则积分域 D 可表示为(　　)

A. $\{(x,y)|0\le x\le 1, x-1\le y\le 1\}$　　B. $\{(x,y)|1\le x\le 2, x-1\le y\le 1\}$

C. $\{(x,y)|0\le x\le 1, x-1\le y\le 0\}$　　D. $\{(x,y)|1\le x\le 2, 0\le y\le x-1\}$

第二十讲：交换积分次序及计算

1.2001.8.交换积分次序后 $\int_0^2 dx\int_x^{2x} f(x,y)dy =$____________________

2.2002.15.交换积分次序 $\int_0^1 dy\int_{e^y}^{e} f(x,y)dx =$___________。

3.2002.20.计算 $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dx\int_0^x \sqrt{x^2+y^2}dy + \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^1 dx\int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{x^2+y^2}dy$

4.2003.12.交换二次积分的次序 $\int_0^1 dy\int_0^{2y} f(x,y)dx + \int_1^3 dy\int_0^{3-y} f(x,y)dx =$___________。

5.2004.11.交换二次积分次序：$\int_0^1 dx\int_{x^2}^{2-x} f(x,y)dy =$__________.

6.2005.11.交换二次积分的次序：$\int_{-1}^0 dx\int_{x+1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy =$_____________.

7.2005.24.设 *f(x)*为连续函数，且 f(2)=1, $F(u)=\int_1^u dy\int_y^u f(x)dx$，（u>1）

（1）交换 F(u)的积分次序；

（2）求 $F'(2)$.

8.2010.5.二次积分 $\int_0^1 dy\int_1^{y+1} f(x,y)dx$ 交换积分次序后得(　　)

A. $\int_0^1 dx\int_1^{x+1} f(x,y)dy$　B. $\int_1^2 dx\int_0^{x-1} f(x,y)dy$

C. $\int_1^2 dx\int_1^{x-1} f(x,y)dy$　D. $\int_1^2 dx\int_{x-1}^1 f(x,y)dy$

9.2012. 5.二次积分 $\int_0^1 dy\int_y^1 f(x,y)dx$ 在极坐标系下可化为(　　)

A. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta\int_0^{\sec\theta} f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta)d\rho$　　B. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta\int_0^{\sec\theta} f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta)\rho d\rho$

C. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta\int_0^{\sec\theta} f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta)d\rho$　　D. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta\int_0^{\sec\theta} f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta)\rho d\rho$

第二十一讲：二重积分计算及证明

1.2001.18.计算二重积分 $\iint\limits_D \sin y^2 dxdy$，其中 D 是由直线 $x=1, x=3, y=2$，及 $y=x-1$ 所围的区域。

2.2003.20.求二重积分 $\iint\limits_D (1-\sqrt{x^2+y^2})dxdy$，其中 D 为第一象限内圆 $x^2+y^2=2x$ 及 $y=0$ 所围成的平面区域。

3.2004.19.计算二重积分 $\iint\limits_D \frac{\sin y}{y}dxdy$，其中 D 由曲线 $y=x, y^2=x$ 所围成。

4.2006.24.设 $g(t)=\begin{cases}\frac{1}{t}\iint\limits_{D_t} f(x)dxdy, & t\neq 0\\ a, & t=0\end{cases}$，其中 D_t 是由 $x=t, y=t$ 以及坐标轴围成的正方形区域，函数 f(x)连续。

（1）求 a 的值使得 g(t)连续；

（2）求 $g'(t)$.

5.2007.20.计算二重积分 $\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}dxdy$，其中 $D=\{(x,y)|x^2+y^2\leq 2x, y\geq 0\}$

6.2007.23.设 $b>a>0$，证明：$\int_a^b dy\int_y^b f(x)e^{2x+y}dx=\int_a^b(e^{3x}-e^{2x+a})f(x)dx$

7.2008.19.计算二重积分 $\iint\limits_D x^2dxdy$，其中 D 是由曲线 $y=\frac{1}{x}$，直线 $y=x, x=2$ 及 $y=0$ 所围成的平面区域。

8.2009.18. 计算二重积分 $\iint\limits_D yd\sigma$，其中 $D=\{(x,y)|0\leq x\leq 2, x\leq y\leq 2, x^2+y^2\geq 2\}$

9.2010.19.计算二重积分 $\iint\limits_D xdxdy$，其中 D 是由曲线 $x=\sqrt{1-y^2}$，直线 $y=x$ 及 x 轴所围成的闭区域。

10.2011. 19.计算二重积分 $\iint\limits_D ydxdy$，其中 D 是由曲线 $y=\sqrt{2-x^2}$，直线 $y=-x$ 及 y 轴所围成的平面闭区域。

11.2012. 20.计算二重积分 $\iint\limits_D ydxdy$，其中 D 是由曲线 $y=\sqrt{x-1}$，直线 $y=\frac{1}{2}x$ 及 x 轴所围成的平面闭区域.

第四篇：向量代数与空间几何

第二十二讲：向量基本概念及运算

1.2005.10.设向量$\vec{a}=\{3,4,-2\},\vec{b}=\{2,1,k\}$, 若$\vec{a}$与$\vec{b}$ 垂直，则 k=________.

2.2006.10.设$|\vec{a}|=1,\vec{a}\perp\vec{b}$，则$\vec{a}\cdot(\vec{a}+\vec{b})=$_____ 。

3.2007.10.已知$\vec{a},\vec{b}$均为单位向量，且$\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{2}$，则以向量$\vec{a},\vec{b}$为邻边的平行四边形面积为

4.2008.4.设向量$\vec{a}=\{1,2,3\},\vec{b}=\{3,2,4\}$, 则$\vec{a}\times\vec{b}=$（　　）

A $\{2,5,4\}$　　　B $\{2,-5,-4\}$　　　C $\{2,5,-4\}$　　　D $\{-2,-5,4\}$

5.2009.9.已知向量$\vec{a}=(1,0,-1),\vec{b}=(1,-2,1)$, 则$\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}$的夹角为_______

6.2010.10. 设$\vec{a}=(1,2,3),\vec{b}=(2,5,k)$，若$\vec{a}$与$\vec{b}$垂直，则常数$k=$________________

7.2011. 9.若$\left|\vec{a}\right|=1,\left|\vec{b}\right|=4,\vec{a}\cdot\vec{b}=2$，则$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=$____________。

8.2012. 10.设向量$\vec{a},\vec{b}$互相垂直，且$\left|\vec{a}\right|=3,\left|\vec{b}\right|=2$,，则$\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|=$___________.

第二十三讲：空间曲线及曲面方程

1.2001.5.方程$x^2+y^2=4x$在空间直角坐标系下表（　　　）

A.圆柱面 B.点　C.圆　　D.　旋转抛物面

第二十四讲：直线方程求解

1.2003.5.与平面$x+y+z=1$垂直的直线方程为（　　　）

A. $\begin{cases}x+y+z=1\\x+2y+z=0\end{cases}$　　　B. $\frac{x+2}{2}=\frac{y+4}{1}=\frac{z}{-3}$

C.　$2x+2y+2z=5$　　　D.　$x-1=y-2=z-3$

2.2004.8.过点 M(1,0,-2)且垂直于平面$4x+2y-3z=\sqrt{2}$的直线方程为______.

3.2006.19.求过点 M(3,1-2)且与二平面$x-y+z-7=0,4x-3y+z-6=0$都平行的直线方

程。

4.2008.17.设平面π经过点A（2，0，0），B（0，3，0），C（0，0，5），求经过点P（1，2，1，）且与平面π垂直的直线方程。

5.2010.17.求通过点$(1,1,1)$，且与直线$\begin{cases} x=2+t \\ y=3+2t \\ z=5+3t \end{cases}$垂直，又与平面$2x-z-5=0$平行的直线的方程。

6.2012. 17.已知平面Π通过$M(1,2,3)$与x轴，求通过$N(1,1,1)$且与平面Π平行，又与x轴垂直的直线方程.

第二十五讲：平面方程求解

1.2002.5.在空间坐标系下，下列为平面方程的是（　　　）

A. $y^2=x$　B. $\begin{cases} x+y+z=0 \\ x+2y+z=1 \end{cases}$　C. $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+4}{7}=\dfrac{z}{-3}$　D. $3x+4z=0$

2.2005.18.求过点$A(3,1,-2)$,且通过直线$L:\dfrac{x-4}{5}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z}{1}$的平面方程。

3.2007.19.求过点$(1,2,3)$且垂直于直线$\begin{cases} x+y+z+2=0 \\ 2x-y+z+1=0 \end{cases}$的平面方程

4.2009.17. 求通过直线$\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$且垂直于 平面$x+y+z+2=0$的平面方程。

5.2011. 17.求通过x轴与直线$\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{1}$的平面方程。

第五篇：无穷级数

第二十六讲：级数的基本概念

1.2005.6.设有正项级数（1）$\sum u_n$与（2）$\sum u_n^2$，则下列说法中正确的是（　　）

A．若（1）发散则（2）必发散。　　　B.若（2）收敛，则（1）必收敛。

C.若（1）发散，则（2）可能发散也可能收敛。

D.（1），（2）敛散性一致。

2.2006.5.设$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$为正项级数，如下说法正确的是（　　）。

A.若$\lim_{n\to\infty}u_n=0$，则$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$必收敛；　　　B.若$\lim_{n\to\infty}\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=l(0\le l<\infty)$，则$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$必收敛；

C.若$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛，则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$ 必定收敛；　　D.若$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n$ 收敛，则$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 必定收敛。

第二十七讲：数项级数的收敛发散判断

1.2003.6.下列正确的是（　　）

A. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}$收敛　　B. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2+n}$收敛　　C. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n}$绝对收敛　　D. $\sum_{n=1}^{+\infty} n!$收敛

2.2007.6.下列级数收敛的是 （　）

A $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}$　　B $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n}{n+1}}$　　C $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+(-1)^n}{n}$　　D $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$

3.2009.6. 设a为非零常数，则数项级数$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+a}{n^2}$（　）

A 条件收敛　　B 绝对收敛　　C 发散　　D 敛散性与a有关

4.2010.4.下列级数收敛的是(　　)

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$　　B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2+n}$　　C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+(-1)^n}{\sqrt{n}}$　　D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$

5.2012. 6.下列级数中条件收敛的是(　　　)

A. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{2n+1}$　　B. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\frac{3}{2})^n$　　C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$　　D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$

第二十八讲：幂级数的收敛区间问题

1.2004.12.幂级数$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n}$ 的收敛区间为__________。

2.2005.12.幂级数$\sum_{n=1}^{\infty} (2n-1)x^n$ 的收敛域为_____________.

3.2008.12.幂级数$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$ 的收敛域为__________

4.2009.11.幂级数$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n^2} x^n (a>0)$的收敛半径为$\frac{1}{2}$，则常数$a=$_______

5.2010.12. 幂级数$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} x^n$ 的收敛域为______________________

6.2011. 12、幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{\sqrt{n+1}}$的收敛域为___________。

7.2012. 12.幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n3^n}(x-3)^n$的收敛域为___________.

第二十九讲：函数展开成幂级数问题

1.2003.24.将函数$f(x)=\frac{1}{4+x}$展开成x的幂级数，并指出收敛区间（不考虑区间端点）。

2.2004.20.把函数$f(x)=\frac{1}{x+2}$展开为$x-2$的幂级数，并写出它的收敛区间。

3.2005.19.将函数$f(x)=\frac{x^2}{2-x-x^2}$展开为x的幂级数，并指出收敛区间。

4.2006.18.将函数 *f(x)= xln(1+x)*展开为 x 的幂级数（要求指出收敛区间）。

5.2011.6.若函数$f(x)=\frac{1}{2+x}$的幂级数展开式为$f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n(-2<x<2)$，则系数

$a_n=($　　$)$

A. $\frac{1}{2^n}$　　B. $\frac{1}{2^{n+1}}$　　C. $\frac{(-1)^n}{2^n}$　　D. $\frac{(-1)^n}{2^{n+1}}$

第六篇：微分方程

第三十讲：可分离变量的微分方程

1.2009.12. 微分方程$(1+x^2)ydx-(2-y)xdy=0$的通解为______

2.2002.14.设$y(x)$满足微分方程$e^xyy'=1$，且$y(0)=1$，则$y=$_______________。

第三十一讲：齐次方程

1.2006.17.求微分方程$x^2y'=xy-y^2$的通解。

第三十二讲：一阶线性微分方程

1.2001.17.求微分方程$y'-y\tan x=\sec x$，满足初始条件$y|_{x=0}=0$的特解。

2. 2002.21.求 $y'-(\cos x)y=e^{\sin x}$，满足 $y(0)=1$ 的解。

3.2003.17.解微分方程的通解 $xy'-y=x^2e^x$ 。

4.2005.20.求微分方程 $xy'+y-e^x=0$ 满足初始条件 $y|_{x=1}=e$ 的特解。

5.2006.22.已知曲线 $y=f(x)$ 过原点且在点（x,y）处的切线斜率等于 2x+y，求此曲线方程。

6.2007.18. 求微分方程 $xy'-y=2007x^2$ 满足初始条件 $y\big|_{x=1}=2008$ 的特解

7.2008.20.求微分方程 $xy^{'}=2y+x^2$ 的通解

8. 2010.24.设函数 $f(x)$ 满足方程 $f^{'}(x)+f(x)=2e^x$，且 $f(0)=2$，记由曲线 $y=\dfrac{f^{'}(x)}{f(x)}$ 与直线 $y=1,x=t(t>0)$ 及 y 轴所围平面图形的面积为 $A(t)$，试求 $\lim\limits_{t\to+\infty}A(t)$

第三十三讲：二阶线性微分方程

1.2001.7.微分方程 $y''-6y'+13y=0$ 的通解为：______________________________。

2.2002.6.微分方程 $y''+2y'+y=0$ 的通解是（　　）

A. $y=C_1\cos x+C_2\sin x$　　B. $y=C_1e^x+C_2e^{2x}$

C. $y=(C_1+C_2x)e^{-x}$　　D. $y=C_1e^x+C_2e^{-x}$

3.2003.7. $y''+y=0$ 满足 $y\big|_{x=0}=0$, $y'\big|_{x=0}=1$ 的解是（　　）

A. $y=c_1\cos x+c_2\sin x$　　B. $y=\sin x$　　C. $y=\cos x$　　D. $y=c\cos x$

4.2003.25.求微分方程 $y''-2y'-3y=3x+1$ 的通解。（6 分）

5.2004.6.微分方程 $y''-3y'+2y=xe^{2x}$ 的特解 y^* 的形式应为

A. Axe^{2x}　　B. $(Ax+B)e^{2x}$　　C. Ax^2e^{2x}　　D. $x(Ax+B)e^{2x}$

6.2007.12.设 $y=C_1e^{2x}+C_2e^{3x}$ 为某二阶常系数齐次线性微分方程的通解，则该微分方程为_

7.2008.6.微分方程 $y^{''}+3y^{'}+2y=1$ 的通解为　（　）

A $y=c_1e^{-x}+c_2e^{-2x}+1$　　B $y=c_1e^{-x}+c_2e^{-2x}+\dfrac{1}{2}$

C $y=c_1e^{x}+c_2e^{-2x}+1$　　D $y=c_1e^{x}+c_2e^{-2x}+\dfrac{1}{2}$

8.2009.20.求微分方程 $y'' - y' = x$ 的通解

9.2010.20.已知函数 $y = e^{x}$ 和 $y = e^{-2x}$ 是二阶常系数齐次线性微分方程 $y'' + py' + qy = 0$ 的两个解，试确定常数 p,q 的值，并求微分方程 $y'' + py' + qy = e^{x}$ 的通解。

10.2011. 20.已知函数 $y = (x+1)e^{x}$ 是一阶线性微分方程 $y' + 2y = f(x)$ 的解，求二阶常系数线性微分方程 $y'' + 3y' + 2y = f(x)$ 的通解。

11.2012. 19.已知函数 $f(x)$ 的一个原函数为 xe^{x}，求微分方程 $y'' + 4y' + 4y = f(x)$ 的通解.