

# 江苏省 2018 年普通高校专转本选拔考试

## 高等数学 试题卷

注意事项：

1. 本试卷分为试题卷和答题卡两部分，试题卷共 3 页，全卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

2. 必须在答题卡上作答，作答在试题卷上无效。作答前务必将自己的姓名和准考证号清晰地填写在试题卷和答题卡上的指定位置。

3. 考试结束时，须将试题卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分。在下列每小题中选出一个正确答案，请在答题卡上将所选项的字母标号涂黑）

1. 当  $x \rightarrow 0$  时，下列无穷小中与  $f(x) = x \sin^2 x$  同阶的是

- A.  $\cos x^2 - 1$       B.  $\sqrt{1+x^3} - 1$       C.  $3^x - 1$       D.  $(1+x^2)^3 - 1$

2. 设函数  $f(x) = \frac{x-a}{x^2+x+b}$ ，若  $x=1$  为其可去间断点，则常数  $a, b$  的值为别为

- A. 1, -2      B. -1, 2      C. -1, -2      D. 1, 2

3. 设  $f(x) = \varphi\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ ，其中  $\varphi(x)$  为可导函数，且  $\varphi'(1) = 3$ ，则  $f'(0)$  等于

- A. -6      B. 6      C. -3      D. 3

4. 设  $F(x) = e^{2x}$  是函数  $f(x)$  的一个原函数，则  $\int x f'(x) dx$  等于

- A.  $e^{2x} \left(\frac{1}{2}x - 1\right) + C$       B.  $e^{2x} (2x - 1) + C$

- C.  $e^{2x} \left(\frac{1}{2}x + 1\right) + C$       D.  $e^{2x} (2x + 1) + C$

5. 下列反常积分中发散的是

- A.  $\int_{-\infty}^0 e^x dx$       B.  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx$

- C.  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$       D.  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x} dx$

6. 下列级数中绝对收敛的是

$$A. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$$

$$B. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+2(-1)^n}{n}$$

$$C. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}$$

$$D. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{n^3}$$

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

7. 设  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+ax)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{2}{x}$ , 则常数  $a =$   $\blacktriangle$ .

8. 设  $y = x^{\sqrt{x}} (x > 0)$ , 则  $y' =$   $\blacktriangle$ .

9. 设  $z = z(x, y)$  是由方程  $z^2 + xyz = 1$  所确定的函数, 则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$   $\blacktriangle$ .

10. 曲线  $y = 3x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 12x$  的凸区间为  $\blacktriangle$ .

11. 已知空间三点  $M(1,1,1)$ 、 $A(1,1,0)$  和  $B(2,1,2)$ , 则  $\angle AMB$  的大小为  $\blacktriangle$ .

12. 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{n \cdot 5^n}$  的收敛域为  $\blacktriangle$ .

三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 8 分，共 64 分）

13. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{x^2} - \frac{1}{\ln(1+x^2)} \right]$ .

14. 设  $y = y(x)$  是由参数方程  $\begin{cases} x^3 - xt^2 + t - 1 = 0 \\ y = t^3 + t + 1 \end{cases}$  所确定的函数, 求  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=0}$ .

15. 求不定积分  $\int \frac{1}{x\sqrt{x+1}} dx$ .

16. 计算定积分  $\int_1^2 (2x+1) \ln x dx$ .

17. 求通过点  $M(1,2,3)$  及直线  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$  的平面方程.

18. 求微分方程  $(y^3 - 2x^2y)dx + 2x^3dy = 0$  的通解.

19. 设  $z = xf(y, \frac{x}{y})$ , 其中函数  $f$  具有一阶连续偏导数, 求全微分  $dz$ .

20. 计算二重积分  $\iint_D xy dx dy$ , 其中  $D = \{(x, y) | (x-1)^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$ .

四、证明题 (本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

21. 证明: 当  $x > 0$  时,  $\ln x \leq \frac{2}{e} \sqrt{x}$ .

22. 设函数  $F(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ , 其中  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内连续, 且  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ .

证明:  $F'(x)$  在点  $x=0$  处连续.

五、综合题 (本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

23. 平面图形由曲线  $y = \cos x$  ( $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ) 与  $y = \sin x$  ( $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \pi$ ) 及  $x$  轴围成.

(1) 求该平面图形的面积;

(2) 求该平面图形绕  $x$  轴旋转一周所得旋转体的体积.

24. 微分方程  $f''(x) - 3f'(x) + 2f(x) = 0$ , 满足  $f(0) = 1, f'(0) = 0$ .

(1) 求  $f(x)$  的表达式;

(2) 求曲线  $y = \frac{f'(x)}{f(x)}$  的水平与垂直渐近线.